

SUR LA MASSE D'UNE BINAIRE SPECTROSCOPIQUE MEMBRE D'UNE ETOILE DOUBLE VISUELLE

P. COUTEAU

Observatoire de Nice

RESUMEN

Se describe un método, que interpone una relación masa-luminosidad para calcular la paralaje dinámica y las masas de las componentes de un sistema visual de órbita conocida, cuando una de aquellas es una binaria espectroscópica. Se aplica el método a algunos casos específicos.

ABSTRACT

We describe a method which interposes a relation Mass-Luminosity in order to calculate the dynamic parallax and the masses of the components in a system of known orbit which involves a spectroscopic binary. We apply the method to a few cases.

I. INTRODUCTION

Lorsqu'une binaire visuelle, d'orbite connue, comporte une composante elle-même double spectroscopique, les méthodes classiques du calcul de la parallaxe dynamique ne s'appliquent pas.

Il est possible de résoudre le problème à l'aide de la relation Masse-Luminosité, en prenant comme paramètre la différence de magnitude des composantes de la binaire spectroscopique.

Plusieurs cas peuvent se présenter:

a) On connaît la parallaxe trigonométrique du système et le rapport des masses des composantes de la binaire spectroscopique. Par application de la relation Masse-Luminosité, on peut comparer le rapport de masses calculé avec celui qui est observé.

b) On connaît la parallaxe trigonométrique du système, et seulement la fonction de masse. La relation Masse-Luminosité donne le rapport des masses et l'inclinaison de l'orbite spectroscopique.

c) On ne connaît pas la parallaxe trigonométrique, mais seulement la fonction de masse. On calcule alors une parallaxe fonction de l'inclinaison de l'orbite spectroscopique, ou de la différence de magnitude des composantes spectroscopiques. On montre

que la parallaxe ne peut varier que dans d'étroites limites, ainsi que les masses.

Enfin dans les cas où la parallaxe trigonométrique est connue, le calcul de la parallaxe dynamique permet un contrôle et peut fournir des indications sur la validité de la relation Masse-Luminosité.

Le problème à résoudre est le suivant: on considère une binaire visuelle dont on connaît l'orbite, cette binaire ayant une composante double spectroscopique, on se propose d'en trouver la parallaxe et la masse, puis les limites de l'inclinaison du plan de l'orbite spectroscopique et une valeur maximum de la différence de magnitude des composantes spectroscopiques.

Ce problème a été abordé entr'autres par Baize et Romani (1946). On peut le résoudre complètement à l'aide de la fonction de masse. Le procédé, qui n'est pas nouveau, consiste à introduire une étoile fictive ayant même éclat que la double spectroscopique.

Il est bon de commencer par le calcul des masses en fonction de celle du système.

II. CALCUL DES MASSES INDIVIDUELLES

Ecrivons la masse du système:

$$\Sigma \mathcal{M} = a''^3 / \pi^3 P^2 = \mathcal{M} + \mathcal{M}_{BS} \quad (1, I)$$

où a'' est le demi-grand axe apparent de l'orbite visuelle,

π la parallaxe,

P la période en années de l'orbite visuelle,

\mathcal{M} et \mathcal{M}_{BS} les masses de la composante visuelle et du couple spectroscopique.

Pour simplifier, on écrira par la suite:

$$\Sigma \mathcal{M} = (\beta / \pi)^3 \quad (1 \text{ bis}, I)$$

La fonction β est fournie par l'orbite visuelle.

Appliquons la relation Masse-Luminosité à la binaire spectroscopique de masses \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 et à l'étoile fictive \mathcal{M}_F :

$$L = \mathcal{M}_1^\kappa + \mathcal{M}_2^\kappa = \mathcal{M}_F^\kappa \quad (2, I)$$

L étant la luminosité en Soleils,

κ la constante de la relation Masse-Luminosité.

On suppose que chaque composante de la double spectroscopique obéit à cette relation. Leur rapport de masses est donc fonction de leur différence de magnitude absolue bolométrique Δs par la relation:

$$\log \mathcal{M}_1 = k \Delta s \log \mathcal{M}_2 \quad (3, I)$$

avec $k = -0,4/\kappa$.

Cette équation combinée à (2, I) donne:

$$\mathcal{M}_{1,2} = \mathcal{M}_F / (1 + 10^{\pm \Delta s})^{1/\kappa}$$

Ce qui permet d'écrire la masse de la binaire spectroscopique en fonction de la masse d'une étoile ayant même éclat:

$$\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_{BS} = \mathcal{M}_F [(1 + 10^{0,4 \Delta s})^{-1/\kappa} + (1 + 10^{0,4 \Delta s})^{-1/\kappa}]$$

ou:

$$\mathcal{M}_{BS} = \alpha \mathcal{M}_F \quad (4, I)$$

La fonction α varie de 1,648 à 1 quand Δs varie de 0 à l'infini, pour $\kappa = 3,58$, elle est donnée Fig. 1.

On dispose maintenant des éléments pour calculer les masses individuelles en fonction de leur somme. Supposons que la composante principale A soit la binaire spectroscopique et que la différence de magnitude bolométrique entre A et B soit Δm . On a:

$$\mathcal{M}_B = \mathcal{M}_F 10^{-k \Delta m}$$

$$\mathcal{M}_B / \mathcal{M}_{BS} = \mathcal{M}_B / \alpha \mathcal{M}_F$$

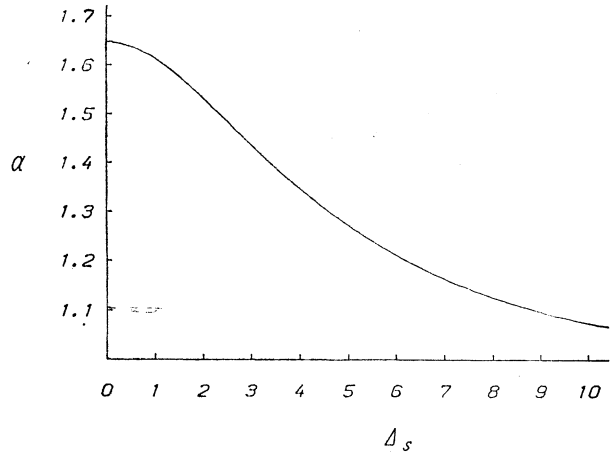


FIG. 1

d'où:

$$\mathcal{M}_B / \mathcal{M}_{BS} = (1/\alpha) 10^{-k \Delta m} \quad (5, I)$$

or

$$\Sigma \mathcal{M} = \mathcal{M}_{BS} + \mathcal{M}_B$$

ce qui donne:

$$\mathcal{M}_{BS} = \frac{\Sigma \mathcal{M}}{1 + \frac{10^{-k \Delta m}}{\alpha}} \quad (6, I)$$

Le signe + dans le cas où c'est la composante faible qui est binaire spectroscopique, la signe - dans le cas contraire. Ce qui conduit aux masses individuelles:

$$\mathcal{M}_1 = \frac{\mathcal{M}_{BS}}{1 + 10^{-k \Delta s}}; \mathcal{M}_2 = \frac{\mathcal{M}_{BS}}{1 + 10^{k \Delta s}} \quad (7, I)$$

Dans un système visuel ne comportant que deux étoiles, on a:

$$\mathcal{M}_A = \Sigma \mathcal{M} / (1 + 10^{-k \Delta m})$$

relation à comparer avec (6, I). Prenons comme exemple un couple visuel dont les deux composantes ont même éclat, mais où l'un est binaire spectroscopique formé également de deux étoiles identiques. Dans ce cas la binaire spectroscopique a 62% de la masse du système.

III. CAS OU LES DEUX COMPOSANTES DE LA BINAIRE VISUELLE SONT DES DOUBLES SPECTROSCOPIQUES

Soient \mathcal{M}_A et \mathcal{M}_B les composantes visuelles. \mathcal{M}_A se compose de \mathcal{M}_{A1} et \mathcal{M}_{A2} même chose pour \mathcal{M}_B .

Soient aussi \mathcal{M}_{FA} et \mathcal{M}_{FB} des étoiles fictives ayant même éclat que les composantes A et B. On écrit:

$$L_A = \mathcal{M}_{A1}^{\kappa} + \mathcal{M}_{A2}^{\kappa} = \mathcal{M}_{FA}^{\kappa}$$

$$L_B = \mathcal{M}_{B1}^{\kappa} + \mathcal{M}_{B2}^{\kappa} = \mathcal{M}_{FB}^{\kappa}$$

Or:

$$\mathcal{M}_{A1} = \mathcal{M}_{A2} 10^{k\Delta A}; \mathcal{M}_{B1} = \mathcal{M}_{B2} 10^{k\Delta B}$$

ΔA et ΔB étant les différences de magnitude dans les systèmes A et B respectivement. On en déduit:

$$\mathcal{M}_{A1A2} = \mathcal{M}_{FA} (1 + 10^{0,4\Delta A})^{-1/\kappa}$$

$$\mathcal{M}_A = \mathcal{M}_{A1} + \mathcal{M}_{A2} =$$

$$\mathcal{M}_{FA} [(1 + 10^{0,4\Delta A})^{-1/\kappa} + (1 + 10^{-0,4\Delta A})^{-1/\kappa}] \quad (1, II)$$

et des formules identiques pour la composante B.

On a donc:

$$\mathcal{M}_A = \alpha(A) \mathcal{M}_{FA}; \mathcal{M}_B = \alpha(B) \mathcal{M}_{FB}$$

mais:

$$\mathcal{M}_{FA} = \mathcal{M}_{FB} 10^{k\Delta m}$$

Δm étant la différence de magnitude des composantes du couple visuel. Ecrivons le rapport:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_A / \mathcal{M}_B &= \alpha(A) \mathcal{M}_{FA} / \alpha(B) \mathcal{M}_{FB} = \\ &= [\alpha(A) / \alpha(B)] 10^{k\Delta m} \end{aligned}$$

Or la masse totale du système s'écrit:

$$\Sigma \mathcal{M} = \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B = \mathcal{M}_B (1 + \mathcal{M}_A / \mathcal{M}_B)$$

On en déduit les masses cherchées:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_A &= \Sigma \mathcal{M} / [1 + 10^{-k\Delta m} \alpha(B) / \alpha(A)] \\ \mathcal{M}_B &= \Sigma \mathcal{M} / [1 + 10^{k\Delta m} \alpha(A) / \alpha(B)] \end{aligned} \quad (2, II)$$

IV. CALCUL DE LA PARALLAXE DYNAMIQUE

La mesure de la parallaxe trigonométrique des systèmes multiples est rendue difficile par la présence de deux corps ou davantage, dont le photocentre ne correspond pas avec leurs positions. On est donc en droit de penser que les parallaxes mesurées pour ces systèmes sont, dans bien des cas, discutables.

Le calcul des parallaxes dynamiques des binaires visuelles permet de contrôler à la fois la mesure de la parallaxe trigonométrique et le bien fondé de la relation Masse-Luminosité. L'accord, en général excellent, entre le calcul et l'observation autorise valablement des applications aux très petites parallaxes inaccessibles aux mesures directes.

Nous allons établir le procédé de calcul des parallaxes applicable aux systèmes visuels comportant une binaire spectroscopique, ce qui permet de connaître l'inclinaison de l'orbite spectroscopique et les masses individuelles.

La combinaison des équations (1, I), (1 bis, I) et (6, I) permet d'abord d'obtenir la masse de la composante simple:

$$\mathcal{M} = (\beta/\pi)^3 \frac{1}{1 + \alpha 10^{k\Delta m}} \quad (1, III)$$

Dans (1, III) le signe + correspond au cas où la principale est binaire spectroscopique, le signe - au cas contraire. De cette équation on passe à la magnitude bolométrique apparente par l'intermédiaire de la relation Masse-Luminosité

$$\log \mathcal{M} = -k(M - M_{\odot})$$

puis à la parallaxe par la loi de Pogson:

$$M = m + 5 + 5 \log \pi$$

où M sont les magnitudes absolues bolométriques et m les magnitudes apparentes bolométriques.

Combinées avec (1, III), ces relations donnent:

$$\begin{aligned} (3 - 5k) \log \pi &= 3 \log \beta + k(m + 5 - M_{\odot}) \\ &\quad - \log (1 + \alpha 10^{k\Delta m}) \end{aligned} \quad (2, III)$$

Cette équation donne π en fonction de Δs . Elle se ramène à la formule de Baize-Romani (1946) lorsque Δs tend vers l'infini, c'est-à-dire lorsque la binaire spectroscopique se réduit à un seul corps. Tout calculs faits on a:

$$\begin{aligned} \log \pi &= 1,2288 \log \beta + 0,04575 m + 0,01052 - \\ &\quad - 0,40958 \log (1 + \alpha 10^{k\Delta m}) \end{aligned} \quad (3, III)$$

Dans la plupart des cas, la binaire spectroscopique est la composante principale du système; on connaît

son spectre, mais pas toujours celui de l'autre composante visuelle, on ne peut donc appliquer la correction bolométrique qui reste inconnue.

Par des calculs un peu moins simples quoiqu'aussi élémentaires, on peut obtenir la parallaxe par une formule comportant la magnitude bolométrique apparente de la binaire spectroscopique.

$$\begin{aligned} \log \pi = & 1,2288 \log \beta + 0,04575 m_{BS} + 0,01052 + \\ & + 0,11438 \log (1 + 10^{-0,4 \Delta s}) \\ & - 0,40958 \log (1 + \frac{10^{-k \Delta m}}{\alpha}) \\ & - 0,40958 \log (1 + 10^{-k \Delta s}) \end{aligned} \quad (3 \text{ bis, III})$$

Les équations (3,III) ou (3 bis, III) donnent une fonction $\pi(\Delta s)$. Cette fonction varie peu. Dans la plupart des cas, la variation de la parallaxe est inférieure à 10%, lorsque Δs varie dans les limites acceptables.

L'étude de l'inclinaison de l'orbite spectroscopique va d'ailleurs préciser ce point.

V. L'INCLINAISON DE L'ORBITE SPECTROSCOPIQUE

Lorsqu'une seule composante de la binaire spectroscopique est observable, on ne peut obtenir que la fonction de masse:

$$f(M) = \sin^3 i \quad M_2^3 / M_{BS}^2$$

où M_2 est la masse de la composante faible. Mais on peut écrire:

$$\begin{aligned} M_{BS} &= M_1 + M_2 \\ M_{BS} &= M_2 (1 + 10^{k \Delta s}) \end{aligned}$$

Par application de (6, I) on trouve finalement:

$$\begin{aligned} \sin^3 i = & f(M) (\pi/\beta)^3 (1 + 10^{k \Delta s})^3 \\ & (1 + (1/\alpha) 10^{-k \Delta m}) \end{aligned} \quad (1, IV)$$

Le signe — dans le cas où la principale est binaire spectroscopique, le signe + dans le cas contraire.

Cette équation donne l'inclinaison en fonction de la différence de magnitude des composantes de la binaire spectroscopique. Quand ce paramètre croît,

sin i croît aussi, il tend rapidement vers son maximum. Cela donne une valeur supérieure de Δs . D'autre part, si on suppose $\Delta s = 0$ on trouve l'inclinaison minimum du couple spectroscopique. Enfin dans le cas où une bonne valeur de la parallaxe trigonométrique est connue, cette équation donne l'inclinaison.

Pour chaque application, on formera un diagramme comportant Δs en abscisse et en ordonnée les valeurs de sin i , de la parallaxe, des masses de la binaire spectroscopique et du compagnon. Ce diagramme donne d'un coup d'oeil les limites possibles de ces paramètres. En particulier, on remarquera leurs valeurs lorsque les inclinaisons des orbites visuelles et spectroscopiques sont supposées égales. Il permet de calculer un jeu de valeurs (très étroit) pour les magnitudes absolues et de les comparer aux types et classes spectraux fournis par l'observation.

VI. APPLICATIONS

Les caractéristiques des couples stellaires: magnitudes, spectres, positions, sont extraites du catalogue de Finsen et Worley (1970). Les relations entre masses, types et classes spectraux sont extraites du travail de Baize et Romani (1946) et de Astrophysique Générale de Pecker et Schatzman (1959). Les orbites spectroscopiques sont tirées du catalogue de Batten (1967).

ADS 490 Ho 212 13 Ceti 0h30m3 -4°09' (1900)
5,6-6,3 F8V π tr 0,"058

La composante principale est binaire spectroscopique, orbite de Luyten (1933). L'orbite visuelle est de Eggen (1956). On trouve π dyn. comprise entre 0,"0403 et 0,"0440, l'inclinaison de l'orbite spectroscopique (i_s) supérieure à 20°6 la masse M_{1A} de la primaire spectroscopique comprise entre 1,106 et 1,286 M_\odot (voir la Figure 2)

1) Si on fait l'hypothèse $i_s = i_v = 42^\circ 9$, on a:

$$\begin{aligned} \pi_{\text{dyn}} = 0,"0432 \quad M_{1A} &= 1,296 M_\odot \quad \text{F6V} \\ M_{2A} &= 0,500 M_\odot \quad \text{K4V} \\ M_B &= 1,092 M_\odot \quad \text{G0V} \end{aligned}$$

2) Si on considère le spectre observé F8V, on obtient:

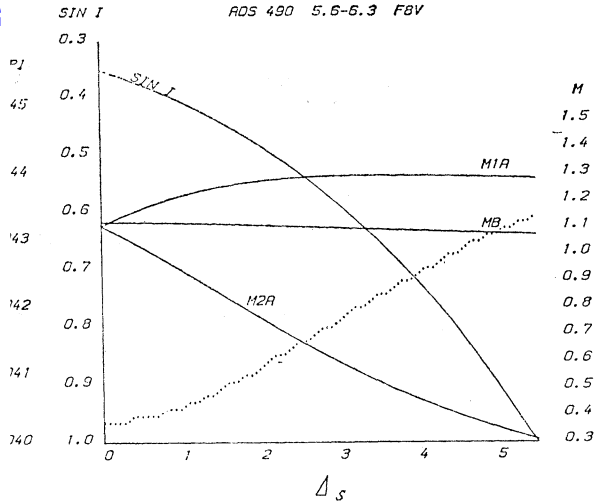


FIG. 2

$\pi_{\text{dyn}} = 0''.0405$ $M_{1A} = 1.19$ $M_{2A} = 0.97$ $M_B = 11.2$
F8V G3V F9V

Les conclusions de Luyten (1933) sont:

$= 0''.050$ $M_{1A} = 0.95$ $M_{2A} = 0.32$ $M_B = 1.05$
ADS 3169 0Σ 82 4^h17^m1 + 10°49' (1900)
7,3-8,5 dF9-dG1 π tr 0''.029

La composante principale est binaire spectroscopique, l'orbite de Sanford (1921). L'orbite du système visuel est de Heintz (1969). On trouve (Figure 3) la π_{dyn} comprise entre 0''.0204 et 0''.0217, l'inclinaison i_s supérieure à 24°8 la masse m_{1A} comprise entre 1,046 et 1,222 M_{\odot} .

1) Si on fait l'hypothèse $i_s = i_v = 138^\circ 0$ on a:

$\pi_{\text{dyn}} = 0''.0213$ $M_{1A} = 1,222M_{\odot}$ F7V
 $M_{2A} = 0,594M_{\odot}$ G2,3V
 $M_B = 0,915M_{\odot}$ G5V

2) Si on considère dF9 le spectre observé de la composante 1A, on obtient:
 $\pi_{\text{dyn}} = 0''.0205$

$M_{1A} = 1,150M_{\odot}$ F9V
 $M_{2A} = 0,892M_{\odot}$ G5V
 $M_B = 0,930M_{\odot}$ G4V

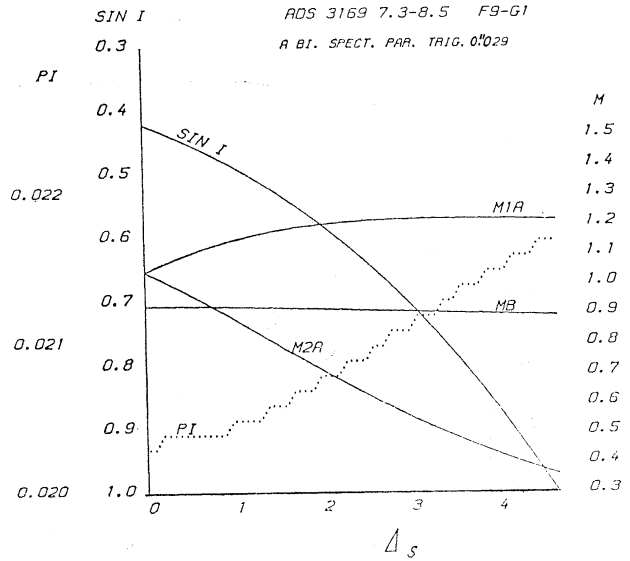


FIG. 3

la différence de magnitude entre les composantes spectroscopiques Δs est de 1.

Les conclusions de Sanford (1921) sont:

$M_{1A} = 5,04$ $M_{2A} = 1,15$ $M_B = 0,93$
ADS 4617 A 2715 μ Ori AB 5^h56^m9 + 9°39' (1900)
4,4 - 6,0 Am π tr 0''.027

La composante principale est binaire spectroscopique, l'orbite est de Frost et Struve (1924). L'orbite du système visuel est de Alden (1938). On trouve (Figure 4): π_{dyn} comprise entre 0''.0227 et 0''.0248, l'inclinaison i_s supérieure à 17°4, la masse M_{1A} comprise entre 2,08 et 2,43 M_{\odot} . L'hypothèse $i_s = i_v = 95^\circ 1$ conduit aux valeurs suivantes:

$\pi_{\text{dyn}} = 0''.0248$, $M_{1A} = 2,43M_{\odot}$, $M_{2A} = 0,46M_{\odot}$,
 $M_B = 1,58M_{\odot}$,

la différence de magnitude entre les composantes spectroscopiques $\Delta s = 6$.

Les conclusions de Frost et Struve (1924) sont:

$M_{1A} = 2,1$ $M_{2A} = 1,7$ $M_B = 1,2$

ADS 8119 Σ 1523 ξUMa 11^h12^m8 + 32°06' (1900)
4,32 - 4,79 GOV - GOV π tr 0''.127

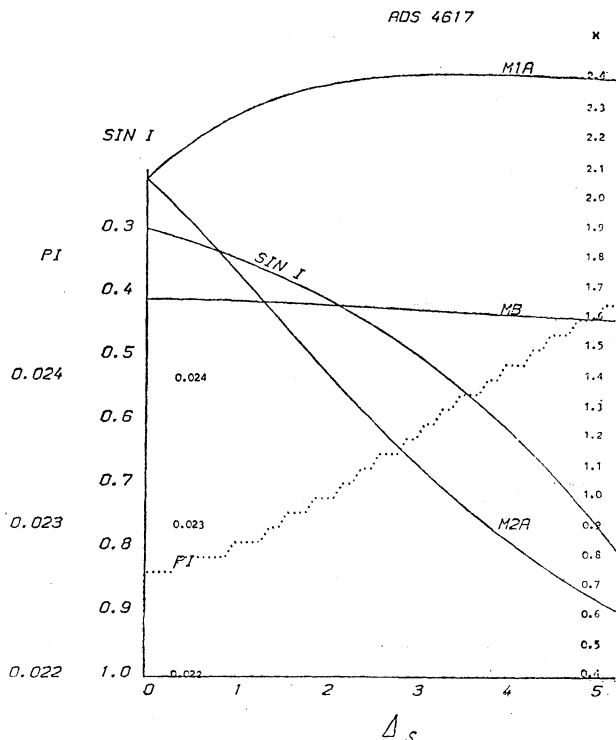


FIG. 4.

La composante principale (Aa) est binaire spectroscopique et astrométrique, l'orbite est de Heintz (1967). La secondaire (Bb) est binaire spectroscopique, l'orbite est de Berman (1931). L'orbite du système visuel formé par Aa et Bb est de Heintz (1967).

1) Contrôle de la parallaxe par

$$f(M) = \alpha^3 \sin^3 i / P^2 \pi^3$$

appliqué au couple Aa, avec α demi-grand axe de l'orbite astrométrique, i et P inclinaison et période, d'où

$$\pi = 0''.131 \quad \text{et} \quad \Sigma M = 2,012 M_{\odot}$$

l'accord est satisfaisant avec la parallaxe trigonométrique.

2) Recherche des masses individuelles. Soient ΔA la différence de magnitude entre A et a, et ΔB la différence entre B et b. On applique l'équation générale (2,II) donnant la masse d'un système comportant deux binaires spectroscopiques.

On a pour Aa

$$M_A = \frac{2,012}{1 + 0,88614 R} \quad (1)$$

où $R = \alpha(B)/\alpha(A)$ équation (4,I)

D'autre part la connaissance de la fonction de masse f et de l'inclinaison i dans le système Aa permet d'écrire:

$$M_A = \frac{f}{\sin^3 i} (1 + 10^{k \Delta A})^3 \quad (2)$$

Egalant (1) et (2), on a une fonction $R(\Delta A)$ ou encore $\Delta A(\Delta B)$ dont les valeurs intéressantes sont les suivantes:

ΔA	3,8	3,9	4,0	4,1
ΔB	3,5	5,8	10,5	non

Il est logique de retenir $\Delta A = 4,0$ d'où $\Delta B = 10,5$, ce qui conduit aux valeurs suivantes comparées à celles de Heintz (1967).

	Couteau	Heintz
$M1A$	$0,87 M_{\odot}$	$0,83 M_{\odot}$
$M2A$	$0,31 M_{\odot}$	$0,31 M_{\odot}$
$M1B$	$0,83 M_{\odot}$	$0,92 M_{\odot}$
$M2B$	$0,06 M_{\odot}$	$0,1 M_{\odot}$

Les masses trouvées donnent les magnitudes et écartements suivants du couple Aa aux époques favorables, tous les 22 mois:

$$4,4 - 8,4 \quad 0''.21$$

$$ADS \ 11046 \quad \Sigma \ 2272 \quad 70 \text{ Ophiuchi} \quad 18h0m4s$$

$$+ 2^{\circ}32' \quad (1900)$$

$$4,20 - 5,99 \quad K0V - K4V \quad \pi \text{ tr } 0''.199$$

La composante principale est binaire spectroscopique, l'orbite est de Berman (1932). L'orbite du système visuel est de Strand (1950).

L'application de (3,III) donne la différence de magnitude Δs entre les composantes: $\Delta s = 7,5$. On trouve alors l'inclinaison de l'orbite spectroscopique

ir (1,IV), $i_s = 113^\circ$, à comparer avec $i_v = 121^\circ$.
ans ces hypothèses, les masses individuelles sont:

$$l_{1A} = 0,854 M_\odot \quad M_{2A} = 0,147 M_\odot \quad M_B = 0,57 M_\odot$$

comparer avec les valeurs de Strand (1952) et
rand et Sprong (1952): $M_A = 0,90 \pm 0,07$
 $M_B = 0,65 \pm 0,05$.

BIBLIOGRAPHIE

den, H. L. 1942, *A. J.*, **50**, 73.

ize, P., et Romani, L. 1946, *Ann. d'Ap.*, 9, 13.

Batten, A. H. 1967, *Pub. D. A. O.*, XIII, No. 8.

Berman, L. 1931, *Lick Obs. Bull.*, **15**, 109.

Berman, L. 1932, *Lick Obs. Bull.*, **16**, 24.

Eggen, O. 1956, *A. J.*, **61**, 411.

Finsen, W. S., and Worley, C. E. 1970, *Republ. Obs. Johannesb. Circ.*, **7**, N° 129.

Frost, E. B., and Struve, O. 1924, *Ap. J.*, **60**, 192.

Heintz, W. D. 1967, *Astr. Nachr.*, **239**, 269.

Heintz, W. D. 1969, *Astron. and Astrophys.*, **2**, 169.

Luyten, W. J. 1933, *Ap. J.*, **78**, 225.

Pecker, J. C., et Schatzman, E. 1959, *Astrophysique Générale* (Masson) p. 344.

Sanford, R. F. 1921, *Ap. J.*, **53**, 201.

Strand, K. Aa. 1952, *A. J.*, **57**, 97.

Strand, K. Aa., and Sprong, R. 1952, *A. J.*, **57**, 102.

DISCUSSION

Evans: Comme vous avez adopté l'hypothèse de la validité de la relation masse-luminosité c'est impossible de vérifier si cette relation est valide ou non. Deuxièmement après que vous avez déterminé la parallaxe, considérant que vous avez des bonnes calibrations des magnitudes absolues et des couleurs pour les étoiles de la séquence principale, c'est possible à évaluer une parallaxe photométrique et de vérifier si vous avez réussi à reproduire les couleurs du système globale.

