

## UN ANALISIS DE LA TRANSFORMACION DE COORDENADAS EN PLACAS SCHMIDT

M.A. Peñaloza M.

Universidad de Los Andes, Venezuela

### RÉSUMEN

Se analizan las transformaciones que relacionan las coordenadas celestes ecuatoriales con las coordenadas rectangulares medidas sobre una placa tomada con un telescopio Schmidt sin prisma objetivo. Para ello, se aplica la teoría de la proyección concéntrica y el ajuste por medio de polinomios de tercer grado. Los resultados muestran la presencia de distorsiones probablemente debidas a defectos eventuales y accidentales en la emulsión fotográfica, a defectos sistemáticos en la calidad del catálogo usado como referencia y/o a defectos introducidos por refracción atmosférica anómala y por el tipo de filtro utilizado. Se encuentra que dentro de una zona circular de la placa, de aproximadamente un grado de radio, la desviación media detectada en la posición real de una imagen estelar cualquiera alcanza un valor de 0.64 segundos de arco.

### ABSTRACT

We analyze the transformations which relate the celestial equatorial coordinates to the rectangular coordinates measured on a plate taken with a Schmidt telescope without objective prism. For this, we applied the concentric projection theory and made an adjustment by means of third-degree polynomials. The results demonstrate the presence of distortions which are likely due to random defects of the photographic emulsion, to systematic defects in the quality of the catalog used as reference and/or to defects introduced by anomalous atmospheric refraction and by the kind of filter used. We find that, within a circular plate zone of approximately one degree in radius, the mean deviation detected in the actual position of any stellar image reaches a value of 0.64 arcsec.

*Key words:* STARS-POSITIONS – ASTROMETRY

### I. INTRODUCCION

Las características ópticas bien conocidas del telescopio Schmidt clásico, tales como su gran campo de excelente definición combinado con su gran rapidez, despiertan el interés por investigar sus propiedades astrométricas. Los programas de astrometría serían posibles aun cuando el telescopio Schmidt tuviera pequeños errores sistemáticos, y accidentales, a pesar de que este instrumento no fue concebido para tales propósitos.

El uso del telescopio Schmidt en astrometría ha sido extensamente investigado. Cabe señalar algunos trabajos que se han efectuado para conocer la posible utilidad astrométrica de sus placas y de los métodos para reducirlas. König (1962) evalúa la factibilidad astrométrica del Schmidt clásico considerándolo equivalente a un astrógrafo al suponer que las desviaciones introducidas por la deformación de las placas pueden ser tratadas de una manera simple. Andersen (1971) estudió las propiedades astrométricas del telescopio Schmidt de 50 cm del Observatorio de la Universidad de Copenhagen. Dieckvoss (1960, 1972) y Luyten y La Conte (1972) han hecho lo mismo con el Schmidt de 0 cm en el Observatorio de Hamburgo y con el Schmidt de 1.2 m de Monte Palomar, respectivamente.

Stephenson (1974) del Observatorio Warner and Swasey, ha propuesto un método alterno para hacer reducciones astrométricas en placas Schmidt.

Al iniciar sus actividades, el CIDA tuvo a su disposición material obtenido con el telescopio Schmidt del Observatorio Interamericano de Cerro Tololo. La información básica sobre las características de este telescopio se encuentra en la Tabla 1.

Si bien es cierto que este material no fue tomado ni procesado con fines puramente astrométricos, hubo interés en investigar en primera aproximación sus cualidades astrométricas usando para ello la proyección concéntrica desarrollada por Stock en 1965.

### TABLA 1

#### DATOS SOBRE EL TELESCOPIO SCHMIDT DEL OBSERVATORIO INTERAMERICANO DE CERRO TOLOLO

Distancia focal	2135.2 mm
Diámetro libre de la placa correctora	600.0 mm
Diámetro del espejo	900.0 mm
Tamaño del campo (cuadrado)	5° × 5°
Tamaño de la placa	196 × 196 × 1 mm
Factor de escala	96.6 mm <sup>-1</sup>
Altura s.n.m.	2200 m

## II. PROYECCION CONCENTRICA

La proyección concéntrica es aquella que se obtiene dada la circunstancia de que el espejo y la superficie focal tienen un centro de curvatura común, el cual es a su vez el centro de curvatura de la esfera celeste. Si la placa adoptara exactamente la superficie focal del telescopio, ésta reproduciría perfectamente el campo estelar cubierto por ella. Se impone además la condición, considerada también en los trabajos de algunos de los autores mencionados anteriormente, que la distancia entre cualquier punto de la placa y su centro geométrico se mantenga constante, aun después de que la misma haya recobrado su forma plana original.

Las ecuaciones que permiten transformar la ascension recta  $\alpha$  y la declinación  $\delta$  en coordenadas rectangulares  $(\xi, \eta)$  bajo este tipo de proyección son las siguientes (Stock 1975):

$$\begin{aligned}\cos \rho &= (\sin \delta \ \sin \delta_0) + (\cos \delta \ \cos \delta_0 \ \cos \Delta\alpha), \\ \sin \theta &= \sin \Delta\alpha \ \cos \delta / \sin \rho, \\ \cos \theta &= [\sin \delta - (\sin \delta_0 \ \cos \rho)] / [\cos \delta_0 \ \sin \rho], \\ \Delta\alpha &= \alpha - \alpha_0 \\ \xi &= F \rho \ \sin \Delta\alpha \ \cos \delta / \sin \rho, \quad (1) \\ \eta &= F \rho [\sin \delta - (\sin \delta_0 \ \cos \rho)] / [\sin \rho \ \cos \delta_0]. \quad (2)\end{aligned}$$

El factor  $\rho / \sin \rho$  aparece tanto en (1) como en (2) y para los fines aquí perseguidos, puede ser sustituido por el inverso de la siguiente aproximación:

$$\sin \rho / \rho \cong 1 + 0.33333(1 - \cos \rho) - 0.02233(1 - \cos^2 \rho).$$

Para la transformación inversa se tienen las ecuaciones siguientes:

$$\sin \delta = [(\eta \ \sin \rho \ \cos \delta_0) / (F \rho)] + [\sin \delta_0 \ \cos \rho], \quad (3)$$

$$\sin \Delta\alpha = (\xi \ \sin \rho) / (F \rho \ \cos \delta), \quad (4)$$

$$\rho = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2}$$

El factor  $\sin \rho / \rho$  el cual es común para (3) y (4) puede ser suficientemente sustituido por la conocida expresión:

$$\sin \rho / \rho \cong 1 - (\rho^2 / 3!) + (\rho^4 / 5!).$$

Existen unas ecuaciones alternas de esta proyección ligeramente diferentes (Peñaloza 1976) pero, un tanto más complejas.

## III. AJUSTE

La forma matemática más práctica de expresar las diferencias habidas entre las coordenadas  $(\xi, \eta)$ , derivadas de las posiciones  $(\alpha, \delta)$  proporcionadas por el

catálogo de referencia usado, y las coordenadas rectangulares  $(x, y)$ , es la de polinomios de la siguiente forma:

$$\Delta X = \xi - x = \sum_{i,j=0}^N a_{ij} x^i y^j, \quad (5)$$

$$\Delta Y = \eta - y = \sum_{i,j=0}^N b_{ij} x^i y^j, \quad (6)$$

donde  $0 \leq i + j \leq N$

En general, y no necesariamente, debe haber alguna relación entre los coeficientes  $a_{ij}$  y  $b_{ij}$ . Cuando el número de objetos estelares en la placa que permiten la determinación de dichos coeficientes es limitado, los polinomios referidos no se pueden aplicar de una manera general; es más, hay que usar un valor adecuado de  $N$  y, a veces, hay que introducir relaciones entre los coeficientes provenientes de consideraciones geométricas para reducir el número de incógnitas. El número mínimo de coeficientes sería de cuatro para dos ecuaciones polinómicas.

Estos coeficientes dan cuenta de los efectos de desplazamiento del origen del sistema  $(x, y)$ , de rotación del mismo, factor de escala y de la refracción atmosférica diferencial. La elección del número de términos para ambos polinomios, depende de tres factores: (a) Número de estrellas disponibles en el campo (b) precisión del catálogo de referencia, y (c) precisión de las mediciones hechas en la máquina de medir.

## IV. MATERIAL OBSERVACIONAL Y MEDICIONES

Las mediciones se hicieron en una placa Kodak IIa-0, tomada con un filtro Schott GG-14 el 18 de enero de 1972 por A.G.D. Philip, registrada bajo el número 10142, con una exposición de 6 min, y centrada en las coordenadas 1950.0  $\alpha_0 = 11^h 04^m$  y  $\delta_0 = -59^\circ 00'$  (pertenecientes a una región de la constelación del Centauro). Esta placa fue seleccionada por cubrir una área de la esfera celeste con baja latitud galáctica por lo cual se dispone de una gran cantidad de estrellas de referencia.

Para la medición de la placa se utilizó un estereocomparador tipo Zeiss PSK2 el cual posee una precisión de un micrón ( $\mu$ ). En el campo estelar considerado se localizaron y se midieron un total de 392 estrellas registradas en el catálogo SAO cuyas posiciones fueron corregidas por movimientos propios.

## V. REDUCCION

Para el cálculo de las coordenadas  $(\xi, \eta)$  se tomó el valor de la distancia focal dado en la Tabla 1. La corrección por refracción atmosférica diferencial no se tomó en cuenta; sin embargo, el coeficiente  $b_{01}$  es el que depende mayormente de la misma.

Para la aplicación de los polinomios dados por (5) y (6), y dada la baja precisión conocida del catálogo SAO, se escogió el valor de  $N = 3$ , dando origen así a diez coeficientes en cada uno de estos polinomios.

Con el objeto de formar y resolver el sistema de ecuaciones necesario para encontrar los valores de estos coeficientes, se aplicó el método de los cuadrados mínimos con un computador IBM 360/40 perteneciente el Centro de Computación y Procesamiento de Datos de la Universidad de Los Andes (ULA) en Mérida, Venezuela. El programa de computación usado incluyó un proceso iterativo con el fin de hallar el centro  $(\alpha_0, \delta_0)$  verdadero de la placa para obtener los coeficientes en el sistema de coordenadas rectangulares  $(\xi, \eta)$  cuyo origen coincidiera con el centro geométrico de la misma.

## VI. RESULTADOS, DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los coeficientes obtenidos, apartando aquellos debido a los efectos de desplazamiento, de escala, de rotación y de refracción diferencial, parecen indicar una cierta distorsión del campo cuya naturaleza no se puede atribuir con toda certeza a una propiedad permanente del telescopio.

La Figura 1 muestra una imagen gráfica de la distorsión en cuestión. Este gráfico se ha hecho con valores de las diferencias  $\Delta X$  y  $\Delta Y$ , calculados a partir de los polinomios asociados con los coeficientes dife-

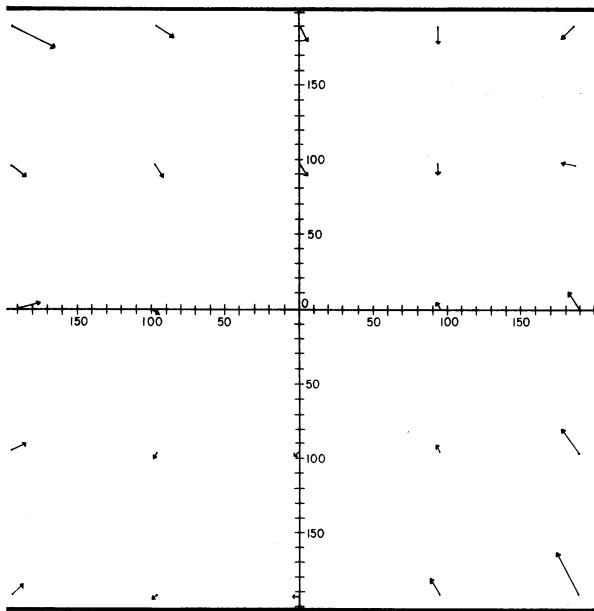


Fig. 1. Distorsión hallada en el campo estelar de la placa. Obsérvese que la misma se hace mayor hacia los bordes.

rentes a los relacionados con los términos lineales, para 25 puntos distribuidos uniformemente sobre la placa. Los vectores trazados en estos puntos se obtuvieron tomando como sus componentes los valores de  $\Delta X$  y  $\Delta Y$  así calculados. Es aparente una tendencia a una contracción radial además de una cierta asimetría.

Para establecer cuál es la verdadera distorsión, entendida ésta como aquella atribuida a una característica propia del telescopio, sería necesario analizar placas adicionales de la misma zona (eliminando los posibles efectos producidos por deformaciones locales de la emulsión y la refracción anómala). Para descartar los efectos producidos por los errores en las posiciones del catálogo, habría que analizar placas de otras regiones del cielo usando un catálogo mejor de referencia. Para eliminar los posibles efectos introducidos por el tipo de filtro, habría que tomar placas con diferentes posiciones del mismo. Aunque una de las ventajas del telescopio Schmidt es su acromatismo, sería conveniente también hacer el análisis en placas de diferentes tipos.

En los resultados se ha podido encontrar que cuando se considera en la placa una zona circular de aproximadamente un grado de radio (38 mm) por ejemplo, la distorsión media detectada alcanza un valor de 0.64 segundos de arco. Cuando es de especial

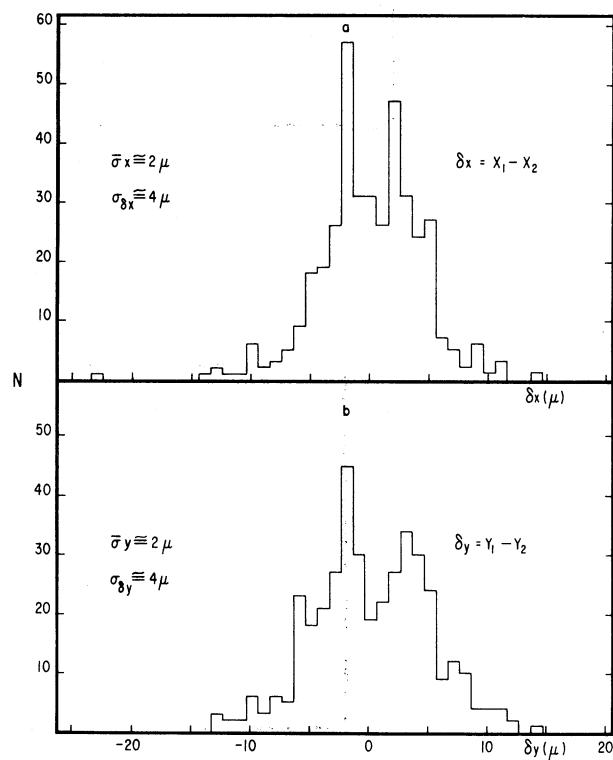


Fig. 2. Distribución de frecuencias para  $\delta_x$  y  $\delta_y$  respectivamente.

interés considerar toda la placa, la corrección correspondiente adquiere un valor máximo de 6.7 segundos de arco en el punto (94.000, -97.000). Queda a juicio del usuario de la placa despreciar o corregir por los valores señalados. En caso de corrección, ésta se hace más grande hacia los bordes de la placa porque la distorsión en esas partes es mayor; sin embargo, en la zona circular la corrección media correspondiente se puede despreciar en el caso, por ejemplo, de identificación preliminar de objetos.

Finalmente, se concluye además, en primera instancia que la proyección concéntrica es tan apropiada para describir la proyección conseguida en una cámara Schmidt como lo es la proyección tangencial para otros tipos de telescopios.

## VII. CALCULO DE ERRORES

Cada objeto en la placa fue medido dos veces y se calcularon para todos los objetos las diferencias  $\delta_x = x_1 - x_2$  y  $\delta_y = y_1 - y_2$ . Esto permitió determinar los valores medios de las desviaciones cuadráticas medias ( $\bar{\sigma}_x$  y  $\bar{\sigma}_y$ ) para cada coordenada medida. Estos valores y las distribuciones de frecuencias de ambas diferencias, se ilustran respectivamente en la Figura 2. Por otra parte, una estimación aproximada de los errores accidentales se pudo hacer en base a las diferencias  $\Delta X$  y  $\Delta Y$  dadas por (5) y (6) con  $N = 3$ . Las distribuciones de frecuencias de estas diferencias, se muestran en la Figura 3 y en la Figura 4, respectivamente. Se encontró que el material observacional (pla-

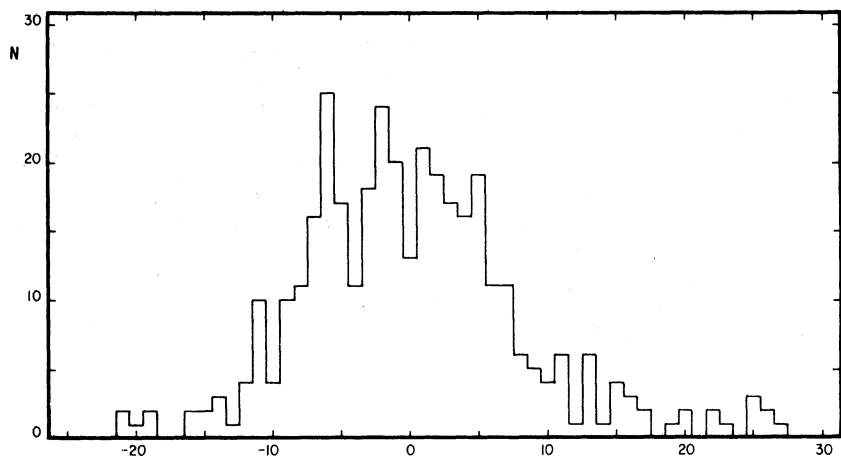


Fig. 3. Distribución de frecuencias para  $\Delta X$ .

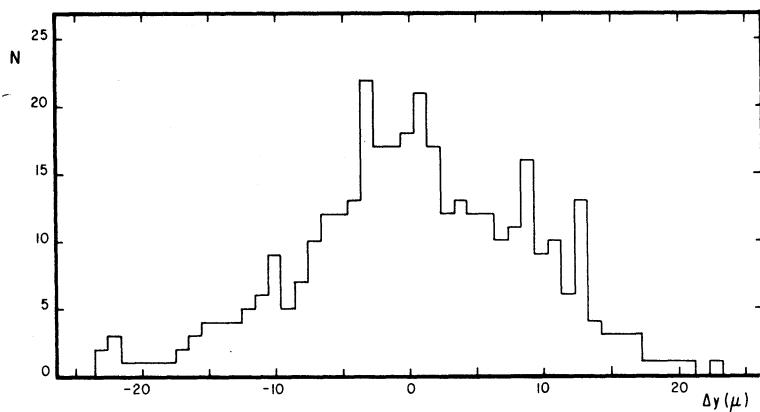


Fig. 4. Distribución de frecuencias para  $\Delta Y$ .

ca + catálogo) está afectado por un error medio de ocho micrones ( $8\mu$ ) en ambas coordenadas.

Agradezco al CIDA la colaboración y valiosa ayuda prestada para la realización de este trabajo, así como por el material puesto a mi disposición y por el uso de la máquina PSK2. Agradezco al Dr. Jurgen Stock por su asesoría y al Centro de Computación de la ULA por el tiempo de computadora concedido.

#### REFERENCIAS

Andersen, J. 1971, *Astr. and Ap.*, 13, 40.

- Dieckvoss, W. 1960, *A.J.*, 65, 214.  
 Dieckvoss, W. 1972, in *Conference on Role of Schmidt Telescopes in Astronomy*, ed. U. Haug (Hamburger-Bergedorf: Hamburger Sternwarte), p. 39.  
 König, A. 1962, in *Astronomical Techniques*, ed. W.A. Hiltner (Chicago: The University of Chicago Press), p. 461.  
 Luyten, W.J. y La Bonte, A.E. 1972, in *Conference on Role of Schmidt Telescopes in Astronomy*, ed. U. Haug (Hamburger-Bergedorf: Hamburger Sternwarte), p. 33.  
 Peñaloza, M. 1976, tesis, Facultad de Ciencias, Departamento de Física, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, p. 9.  
 Stephenson, C. 1974, *A.J.*, 79, 1317.  
 Stock, J. 1965, sin publicar.  
 Stock, J. 1975, comunicación privada.

#### DISCUSION

*Rayo:* El Dr. MacConnell comentó en su plática que la Cámara Schmidt no está bien colimada todavía. ¿Qué error produce esto en las placas?

*Peñaloza:* En el ajuste de polinomios, los coeficientes  $a_{00}$  y  $b_{00}$  (los términos independientes), toman en cuenta la corrección del efecto producido por el desplazamiento del centro geométrico de la placa, con respecto al eje óptico. Esta desalineación puede ser atribuida a la falta de buena colimación del telescopio, o también a desalineación en la máquina de medir. Por lo tanto, los coeficientes antes mencionados incluyeron también la corrección por efectos de rotación de la placa en ambos instrumentos.

Marcos A. Peñaloza M.: Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela.

