

ALGUMAS NOVAS PERSPECTIVAS EM MECÂNICA  
DO SISTEMA SOLAR

Sylvio Ferraz-Mello

Instituto Astronomico e Geofísico  
São Paulo, Brasil

**RESUMO.** Os objetivos da Mecânica do Sistema Solar, em ordem histórica são: 1) Verificar as teorias gravitacionais e sua universalidade; 2) Permitir a construção de efemérides dos movimentos celestes; 3) Compreender a dinâmica do Sistema Solar e sua fenomenologia. Neste texto considera-se as perspectivas abertas para a compreensão da dinâmica do Sistema Solar por recentes progressos relativos à distribuição dos asteróides, à fenomenologia dos anéis de Saturno, e às ressonâncias orbitais entre satélites naturais.

**ABSTRACT.** The aims of the Mechanics of the Solar System, according to its historical development are three: 1) Establishment of truth and universality of the gravitational theories, 2) Construction of ephemerides of the motion of heavenly bodies, and 3) Understanding of the dynamics of the Solar System. In this paper some new results on the dynamics of the Solar System are reviewed. They are related to the distribution of minor planets, to the phenomenology of Saturn rings and to the orbital resonances amongst planetary satellites. These results allow us to see the directions of modern Celestial Mechanics and unsolved problems that will be the aim of concentrated efforts in the forthcoming years.

## I. INTRODUÇÃO

Desde a publicação dos *Principia* de Newton que teorias dinâmicas do movimento dos corpos do Sistema Solar são continuamente elaboradas. As razões deste fato variaram no curso das épocas. No século que se seguiu a Newton as teorias visavam essencialmente verificar a teoria Newtoniana da gravitação e a sua universalidade. Os sucessos na explicação dos movimentos de planetas, satélites e cometas, levaram ao aparecimento, no século XVIII de efemérides calculadas com base em teorias dinâmicas. As efemérides da Lua e do Sol construídas por Tobias Mayer com base nas teorias de Euler foram publicadas pelo Nautical Almanac até o início do século XIX, quando foram substituídas pelas efemérides construídas a partir das teorias de Laplace. A construção de efemérides precisas é responsável por uma grande atividade de pesquisa cujo auge foi atingido na segunda metade do século XIX, com as obras monumentais de Leverrier e Newcomb.

Uma característica importante desses primeiros dois séculos é meio de Mecânica do Sistema Solar é a de que todas as teorias tomam por base e integração analítica das equações diferenciais da mecânica Newtoniana.

Um terceiro objetivo da pesquisa teórica é a compreensão da dinâmica do Sistema Solar e de sua fenomenologia. As teorias procuram responder a questões sobre a Estabilidade do Sistema Solar e a explicar os movimentos notáveis que seguem os corpos quando seus períodos são comensuráveis com o de outros movimentos no Sistema. Entretanto os primeiros resultados obtidos não são bons, devido a importantes limitações matemáticas, cujo conhecimento só começa a surgir após a obra de Poincaré.

O que marca essa nova fase da Mecânica do Sistema Solar é a utilização preponderante dos métodos numéricos, primeiro com a utilização de complexas calculadoras mecânicas e posteriormente com a utilização generalizada de computadores eletrônicos. O principal dos métodos numé-

ricos é a integração numérica das equações do movimento, introduzida para o cálculo das órbitas dos cometas por Encke e Cowell, e que se extende hoje ao estudo de todos os movimentos do Sistema Solar.

As aplicações pontuais (point mappings) de recente introdução permitem pela primeira vez que se estude o comportamento dinâmico de corpos celestes por períodos extensos e promete responder a questões importantes sobre a estrutura presente do Sistema Solar.

Na fenomenologia do Sistema Solar os casos mais interessantes referem-se aos satélites planetários, aos asteróides, e mais recentemente aos anéis planetários. Entre os planetas, a parte as questões de natureza cosmogônica (formação do sistema planetário), só haveria a destacar a ressonância entre os movimentos orbitais de Netuno e Plutão ( $3P_N \approx 2P_P$ ) exaustivamente estudado por vários autores na década passada.

Alguns pontos interessantes são revisados nas próximas sessões.

## II. DISTRIBUIÇÕES DOS ASTERÓIDES

A existência de falhas (gaps) na distribuição dos semi-eixos das órbitas dos asteróides foi descoberta por Kirkwood em 1867 quando somente 91 órbitas eram conhecidas. De há muito se sabe que essas falhas estão associadas a comensurabilidades entre os períodos do movimento dos asteróides e o de Júpiter, mas até agora não foi demonstrada com clareza a razão pela qual essas ressonâncias provocam falhas. As várias teorias existentes foram agrupadas por Greenberg e Scholl (1979) em quatro classes:

- 1 - Cosmogônicas (asteróides não se formaram nas órbitas que correspondem às falhas);
- 2 - Estatísticas (os asteróides estão oscilando em torno das falhas);
- 3 - Colisionais (a probabilidade de colisão dentro das falhas é maior do que fora delas);
- 4 - Gravitacionais (as falhas são devidas a efeitos gravitacionais puros).

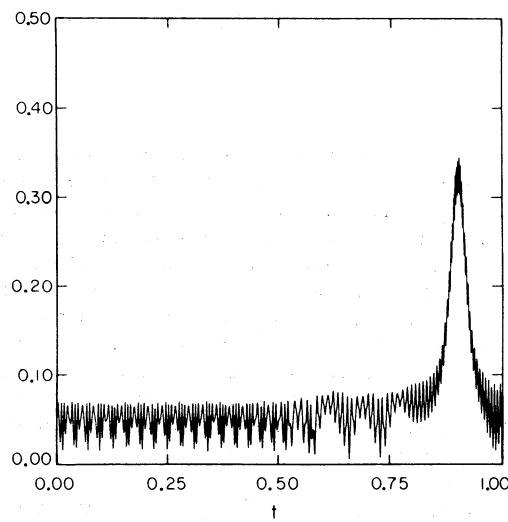


Fig. 1. Evolução da excentricidade orbital de um asteróide cujo período orbital inicial é  $1/3$  do período de Júpiter e cuja excentricidade inicial é 0.055. O intervalo de tempo coberto pela figura corresponde a 250 000 anos. (Wisdom 1982).

No que se segue apresentaremos alguns resultados recentes que tendem a mostrar que as teorias gravitacionais são por si só suficientes para explicar tanto as falhas de Kirkwood

como a existencia de zonas depletadas na parte exterior do cinturao de asteroides.

Wisdom (1982) estudando numericamente o movimento de asteroides de teste colocados na falha que corresponde à comensurabilidade 3:1 com o movimento de Júpiter observou que um asteroide pode evoluir com baixa excentricidade ( $< 0.05$ ), apresentando comportamento semelhante ao de uma orbita quasi-periodica, e então, de repente, salta para uma excentricidade bem maior ( $> 0.3$ ). Este comportamento pode explicar a falha observada na distribuição. Com efeito, uma órbita de semi-eixo  $a = a_3:1$  e de excentricidade 0.3 tem seu perihélio a 1.75 U.A. do Sol, isto é, dentro da órbita de Marte ( $a_M = 1.52$  U.A.).

A quase total ausência de asteroides acima da linha que na Fig. 2, indica cruzamento com a órbita de Marte mostra o quao efetivo é o mecanismo de remoção de asteroides por efeito dos encontros com Marte.

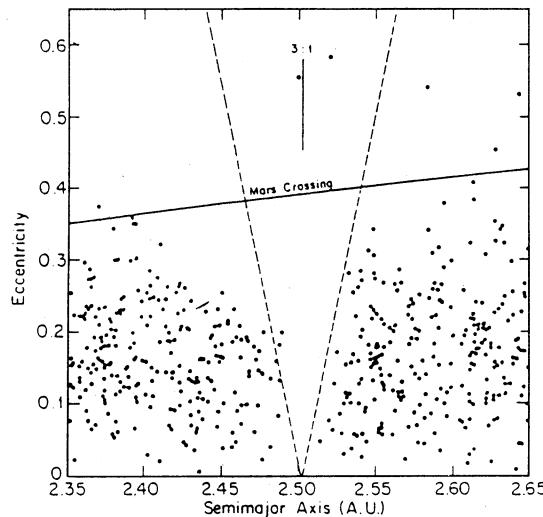


Fig. 2. Distribuição das excentricidades osculadoras de todos os asteroides com  $2.35 < a < 2.65$  (U.A.) do arquivo TRIAD. (Dermott e Murray 1983).

Analisando um grande número de órbitas de teste é possível verificar quais as regiões do plano ( $a, e$ ) que correspondem à órbitas caóticas (que apresentam a característica mostrada na figura), e as que correspondem a órbitas regulares (de comportamento aparentemente quasi-periodico). Os resultados obtidos por Wisdom (1983) mostram concordância dos limites da falha de Kirkwood e da zona de movimentos caóticos.

Um aspecto importante da contribuição de Wisdom é a substituição de integrações numéricas por transformações pontuais que reproduzem o comportamento do problema restrito elíptico. Os tempos de computação são assim reduzidos por um fator 1000. Integrações numéricas feitas para estudar a validade das transformações pontuais mostram a realidade do comportamento descoberto.

Em outro trabalho recente, Milani e Nobili (1984) utilizando como modelo o problema restrito elíptico estudaram a região externa do cinturão de asteroides ( $a > 3.2$  U.A.). Escolhendo condições iniciais que correspondem à região do movimento caótico no problema restrito circular (Fig. 3) e tomando o afélio inicial da órbita do asteroide dirigido para o perihélio da órbita de Júpiter, obtiveram alteração importante dos parâmetros orbitais (ejecção) para tempos bastante curtos (100-1000 anos). Os resultados estão mostrados na Fig. 4.

Os asteroides que subsistem na região apresentam mecanismos de proteção com libração do ângulo  $\tilde{\omega} - \tilde{\omega}_j$  (Ressonância Secular).

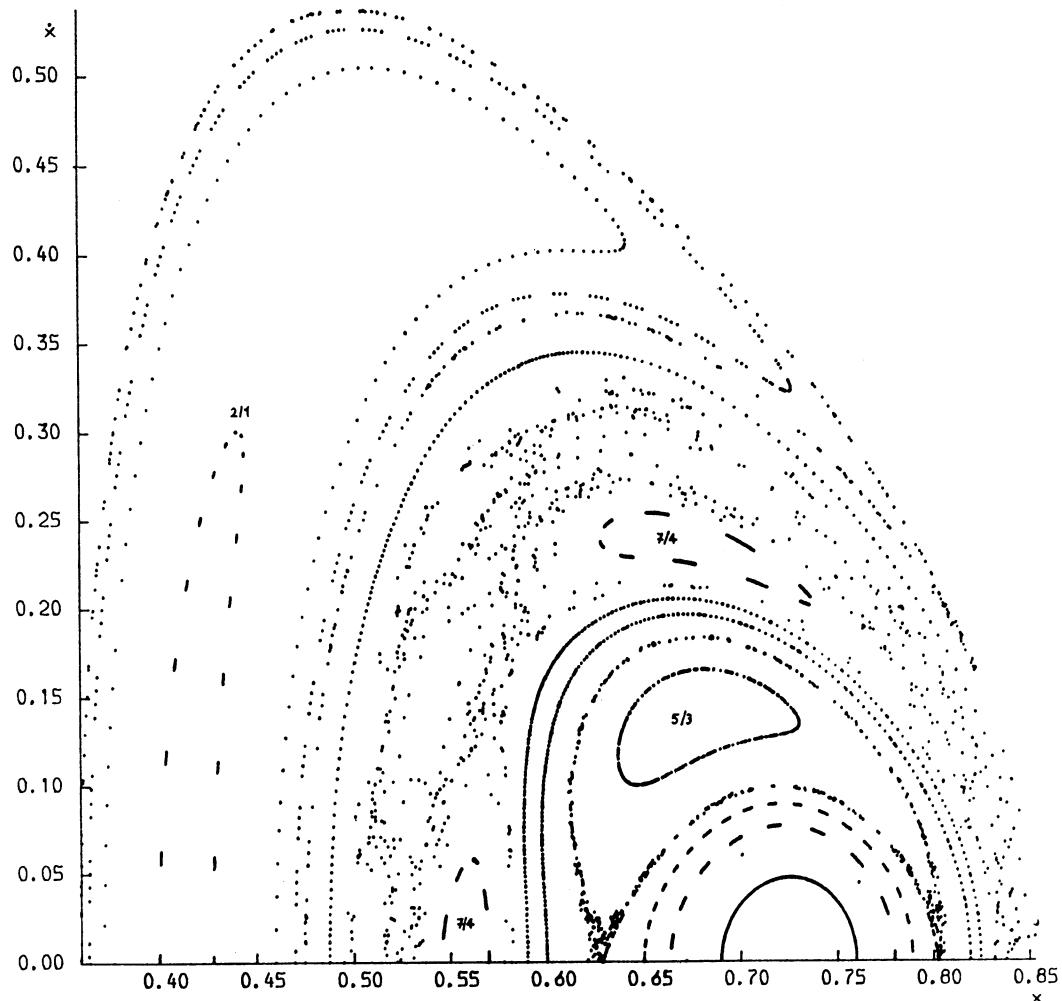


Fig. 3. Regiões de movimento caótico e de movimento regular em uma superfície de energia no problema restrito circular. (Milani e Nobili 1984).

### III. ANEIS PLANETÁRIOS

As descobertas realizadas durante a passagem das sondas Voyager por Saturno mostraram a ocorrência de diversos novos fenômenos dinâmicos cuja explicação demandará novas teorias.

O fenômeno mais notável é a existência de satélites pastores (Fig. 5) junto ao anel F, exercendo aparentemente o papel de confinar a matéria dos anéis, tal e qual havia sido proposto para explicar as particularidades dos anéis de Urano.

O próprio anel F que mostrou-se com aspecto de anéis filiformes trançados, nas imagens transmitidas pela Voyager I, é um fenômeno que demanda explicação.

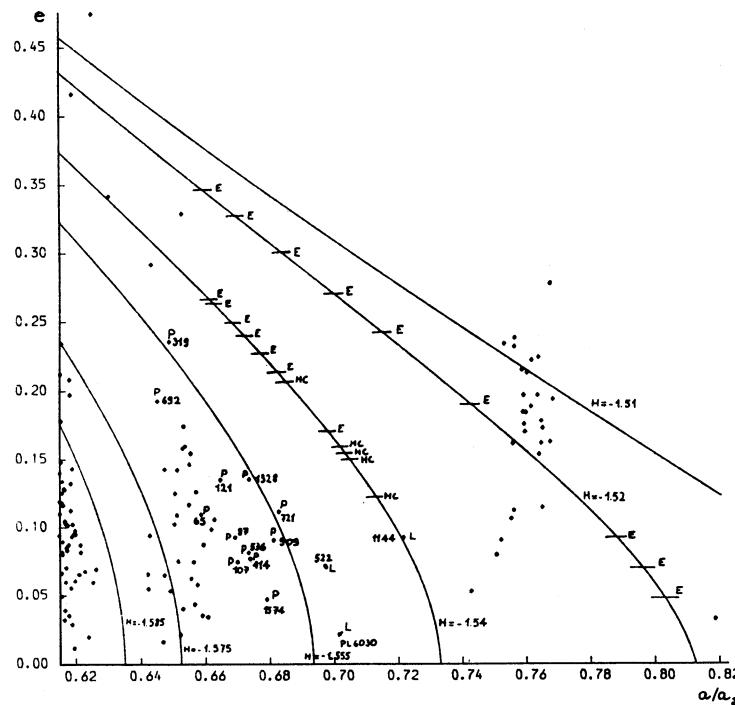


Fig. 4. Distribuição dos asteróides na região  $3.2 < a < 4.2$ , (U.A.). Os pontos indicados com E correspondem a órbitas de escape no problema res-trito elíptico. (Milani e Nobili 1984).

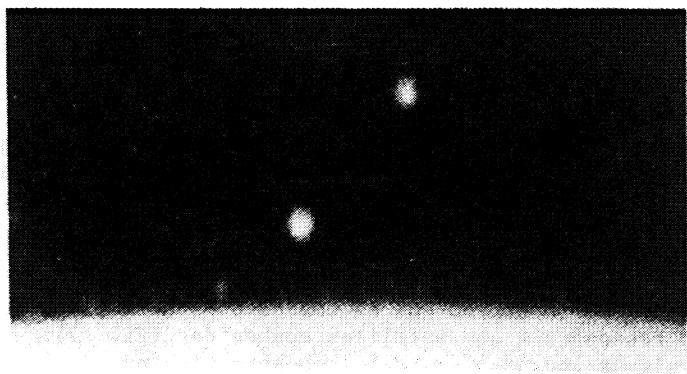


Fig. 5. Imagem dos satélites 1980 S27 e 1980 S26 que pastoreiam o anel F de Saturno (situado entre os dois), obtida pela sonda Voyager 2 numa occasião em que se encontravam próximos. (NASA).

De um modo geral os anéis apresentam uma estrutura filamentar (Fig. 6), em que se sucedem falhas e anéis filiformes, com bordos nitidos.



Fig. 6. Imagem de uma área do anel B obtida pela sonda Voyager 2, mostrando a sucessão de anéis filiformes. Os mais finos detalhes nesta imagem correspondem a dimensões de cerca de 15 Km. (NASA).

Vários autores tem mostrado que há uma associação entre algumas zonas características do anel e zonas de ressonância com satélites conhecidos (Fig. 7).

Ainda, em alguns locais a distribuição apresenta ondas que se formam exatamente numa zona de ressonância com satélites internos de Saturno.

Nenhum destes fatos pode ser considerado como possuindo uma explicação totalmente satisfatória e muitos não tem qualquer explicação.

#### IV. RESSONÂNCIAS ORBITAIS DE SATELITES NATURAIS

Como para os asteróides e os anéis, a existência de ressonâncias está diretamente

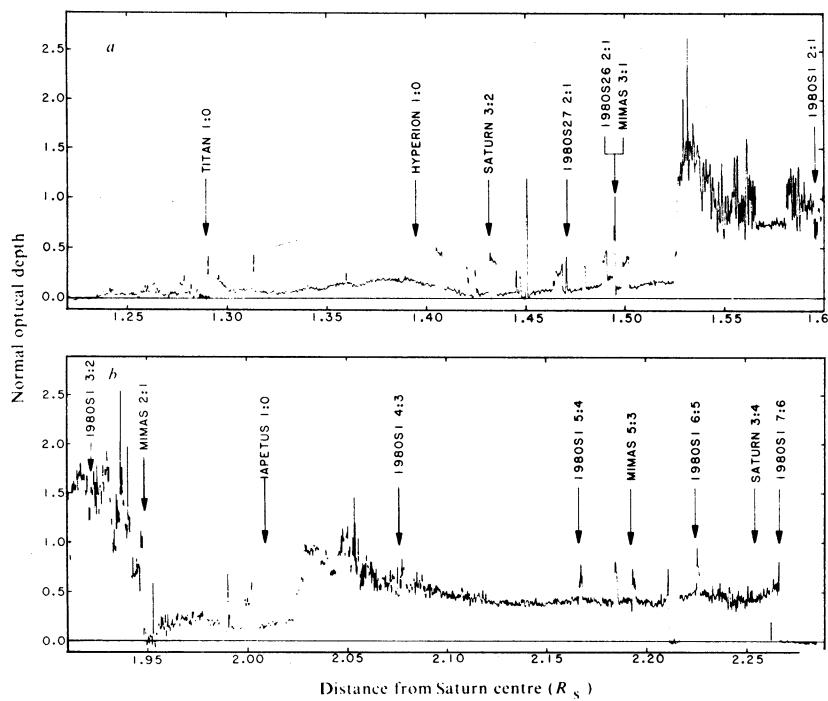


Fig. 7. Estrutura de duas seções dos anéis de Saturno mostrando a localização de diversas ressonâncias. A parte superior corresponde ao anel C a parte interna do anel B (zona de maior densidade à direita da figura). A parte inferior corresponde ao anel A e à divisão de Cassini (entre  $1.95$  e  $2.02 R_S$ ). (Holberg *et al.* 1982).

relacionada à longa vida dos satélites naturais. Observe-se que os períodos dos satélites naturais são curtos e em alguns casos menores que 1 dia. Se seus movimentos fossem caóticos como aqueles exibidos nas sessões anteriores, por certo já não mais existiriam.

O caso mais clássico de ressonância entre os satélites planetários é o dos três satélites galileanos: Io - Europa - Ganimedes, cujas longitudes obedecem a relação Laplaciana:

$$\lambda_I - 3\lambda_E + 2\lambda_G = 180^\circ$$

A maioria dos casos de ressonância entre satélites ocorre entretanto entre os satélites de Saturno.

Além dos casos clássicos:

- |                    |                         |
|--------------------|-------------------------|
| * Encelado - Dione | $(P_D/P_E \approx 2)$   |
| * Mimas - Tetis    | $(P_T/P_M \approx 2)$   |
| * Titã - Hipérion  | $(P_H/P_T \approx 4/3)$ |

mais recentemente descobriram-se diversos grupos de satélites co-orbitais ( $P_1 = P_2$ ) na vizinhança de Saturno.

- \* Jano - Epimeteu
- \* Dione - JXII (Dione B)
- \* Tétis - Telesto - Calipso

Novas perspectivas para o estudo da evolução desses satélites decorrem do melhor conhecimento da sua dinâmica. Para os satélites galileanos o estudo da evolução deverá desenvolver-se a partir do modelo dinâmico elaborado por Henrard (1983). Para os satélites de Saturno o modelo de movimento planetário ressonante com perturbações mútuas desenvolvido por Sessin (1981), Sessin e Ferraz-Mello (1983), permite uma análise dos casos clássicos sem proceder à usual separação das ações de um satélite sobre o outro. O modelo de Sessin permite a consideração simultânea da interação dos dois satélites.

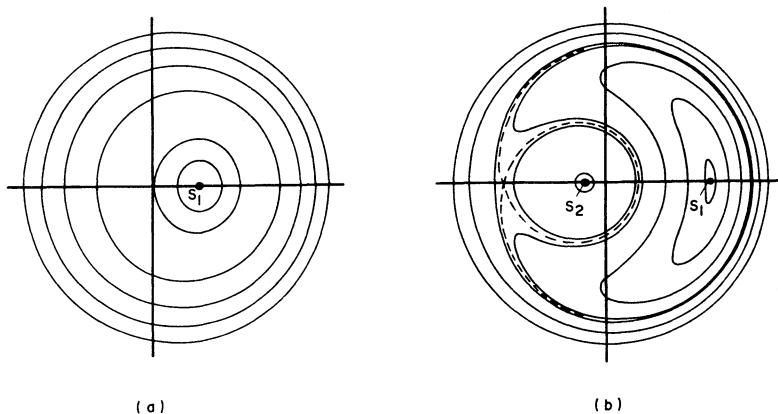


Fig. 8. Trajetórias na ressonância de primeira ordem. Raio Vetor = excentricidade; Ângulo Polar = diferença entre o ângulo ressonante e a longitude do pericentro do satélite.

Alguns resultados de aplicação do modelo de Sessin aos satélites de Saturno são dados a seguir. As figuras de modelo de Sessin, (Fig. 8), para ressonâncias de primeira ordem são as mesmas figuras obtidas por Poincaré no estudo do problema restrito dos três corpos. A diferença entretanto está em que enquanto no problema restrito circular esta figura dá os movimentos possíveis, no modelo de Sessin ela corresponde a apenas uma das componentes do movimento. A outra componente, não representada na figura é uma componente de módulo constante. Nessas figuras o raio vetor é a excentricidade (osculadora) do satélite e o ângulo polar é a diferença entre o ângulo ressonante e a longitude do pericentro do satélite (por exemplo para Hipérion o ângulo polar é  $4\lambda_T - 3\lambda_H - \tilde{\omega}_H$ ).

Nessas figuras distinguimos duas possibilidades de movimento.

a) O plano de fase considerado apresenta apenas um centro ( $S_1$ ). São deste tipo os movimentos de Encélado e Dione. O movimento de Encélado se dá na imediata vizinhança de  $S_1$  e o ângulo  $2\lambda_P - \lambda_E - \tilde{\omega}_E$  oscila na vizinhança de  $0^\circ$ . A distância de  $S_1$  à origem, dita excentricidade forçada, nesse caso, é 0.0045. No caso de Dione,  $S_1$  está praticamente na origem. O movimento se dá aproximadamente ao longo de um círculo de raio igual a 0.0021.

b) O plano de fase apresenta dois centros ( $S_1$  e  $S_2$ ) e um ponto de sela de onde partem os dois ramos de uma separatrix (linha pontilhada). Ainda que as oscilações ao redor dos dois centros sejam indistintamente chamadas *libracções* (desde que não envolvam a origem), as úni-

casas que correspondem a uma bifurcação do plano, provocada pela perturbação são as de centro  $S_1$  (libração verdadeira). Observe-se que quando a perturbação se anula, toda a região delimitada pelas separatrizes, e ao redor de  $S_1$  desaparece, e resulta uma família de círculos com centro na origem.

A única libração verdadeira entre os satélites de Saturno ocorre com Hipérion. Essa libração é mostrada na Fig. 9, onde aparecem as duas componentes do movimento de acordo com o modelo de Sessin: uma libração verdadeira de centro em  $4\lambda_T - 3\lambda_H - \tilde{\omega}_H = 180^\circ$  e uma componente livre de módulo constante. É importante observar que este comportamento é o mesmo da solução particular multi-periódica proposta por Woltjer (1928) e que é aqui reproduzida por uma teoria geral. Titã deve ter uma componente de libração semelhante mas de dimensão desprezível devido a pequena massa de Hipérion.

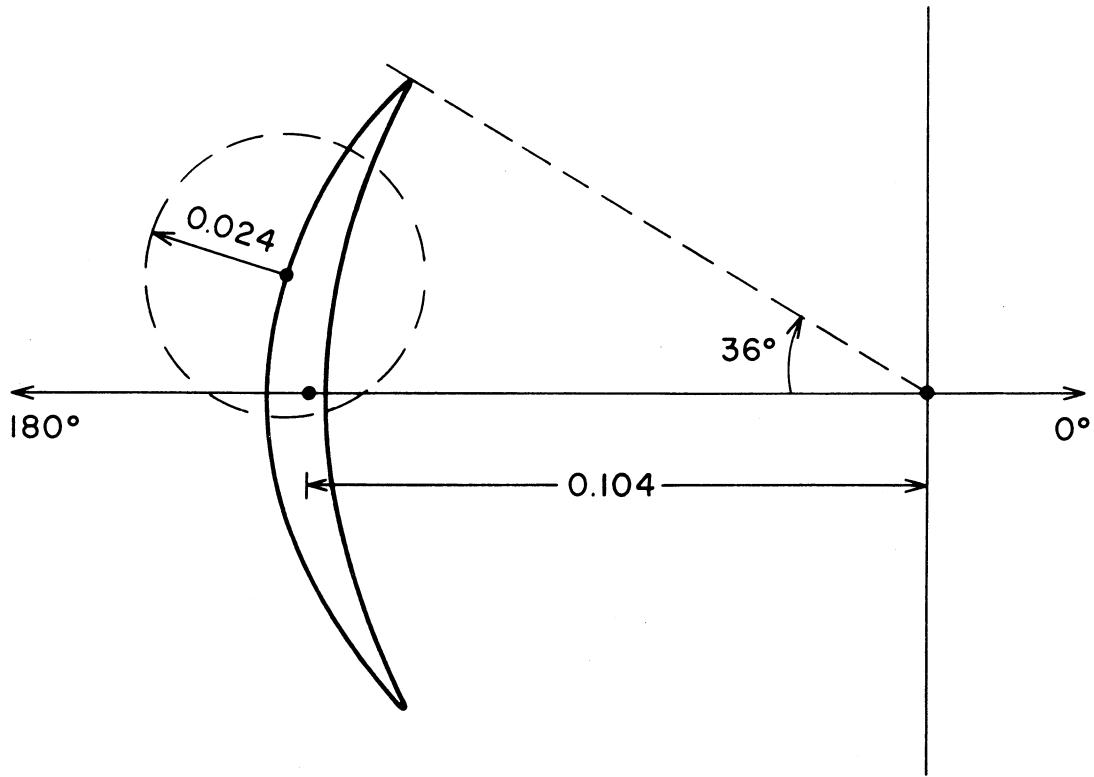


Fig. 9. Componentes do Movimento de Hipérion perturbado por Titã. Raio Vetor =  $e_H$ ; Ângulo Polar =  $4\lambda_H - 3\lambda_T - \tilde{\omega}_H$ . O crescente é uma libração verdadeira de período 640 dias e o círculo uma componente livre de período 18.8 anos.

No caso de Mimas-Tétis, como a massa de Mimas é muito menor que a de Tétis, e a excentricidade de Tétis é pequena (0.004), a solução obtida quase não difere daquela que se obtém usando-se como modelo o problema restrito circular. O movimento é semelhante ao de Dione com excentricidade livre 0.02 e centro  $S_1$  colado à origem.

A característica mal explicada do par Mimas-Tétis é que os movimentos médios dos satélites em longitude e os movimentos dos nodos de suas órbitas sobre o plano do equador do planeta, satisfazem à relação:

$$4\lambda_T - 2\lambda_M - \Omega_M \approx 0$$

Os modelos de análise clássica deste fenômeno foram contestados por Greenberg (1973). A extensão do modelo de Sessin a este problema mostra soluções que se assemelham às da Fig. 8. Entretanto agora as ovais são simétricas e tem centro na origem, enquanto que ocorrem duas zonas de libração verdadeiras, simétricas, uma de cada lado da figura.

## CONCLUSÕES

A finalidade deste informe era o de mostrar algumas novas perspectivas da Mecânica do Sistema Solar. Na impossibilidade de efetuar um exame exaustivo, foram escolhidos três exemplos: Evolução das órbitas dos asteróides, Fenômenos dinâmicos descobertos nos anéis de Saturno e Movimento dos satélites de Saturno. Certamente esta é uma escolha pessoal, e portanto sem necessidade de maiores explicações. Todas servem bem para mostrar os rumos da moderna Mecânica Celeste e os muitos problemas dos movimentos no Sistema Solar que não estão satisfatoriamente resolvidos e que serão alvo de concentrados esforços nos anos a seguir.

## REFERENCIAS

- Dermott, S.F. e Murray, C.D. 1983, *Nature* 301, 201.  
 Greenberg, R. 1973, *M.N.R.A.S.* 165, 305.  
 Greenberg, R. e Scholl, H. 1979, in *Asteroids*, ed. T. Gehrels, (Tucson: U. Arizona Press).  
 Henrard, J. 1983, in *The Motion of Planets and Natural and Artificial Satellites*, eds. S. Ferraz-Mello e P.E. Nacozy, (São Paulo: U. São Paulo).  
 Holberg, J.B., Forrester, W.T. e Lissauer, J.J. 1982, *Nature* 297, 115.  
 Milani, A. e Nobili, A.M. 1984, *A. J.* (submetido).  
 Sessin, W. 1981, Tese de Doutoramento, U. de São Paulo, São Paulo.  
 Sessin, W. e Ferraz-Mello, S. 1983, *Celest. Mech.* (em publicação).  
 Wisdom, J. 1982, *A. J.* 87, 577.  
 Wisdom, J. 1983, *A. J.* (em publicação).  
 Woltjer Jr., J. 1928, *Ann. Sterrew. Leiden*, 16, parte 3.

## DISCUSSION

*Branham*: ¿Uds. en São Paulo han usado el método iterativo de Seidelman, basado en el método de Hansen, para estudiar las órbitas de los asteroïdes?

*Ferraz-Mello*: Os resultados apresentados neste informe, no que concerne os asteroïdes não são de São Paulo. São resultados de Wisdom em Santa Barbara, e de Milani e Nobili em Glasgow e Pisa.

*Ferrín*: Antes del viaje se creía que la división de Cassini en los anillos de Saturno, era la resonancia 2:1 de Mimas con los anillos. Pero el Viajero mostró que había materia en la división. ¿Cuál es entonces la explicación de la existencia de la división?

*Ferraz-Mello*: Nunca houve acordo total quanto à origem da Divisão de Cassini. Por outro lado o que se cree é que os bordos nítidos dos anéis são devidos a ressonâncias com satélites próximos. A nave Voyager 2 foi programada para procurar satélites na divisão de Cassini mas não os encontrou.

*Ferrín*: ¿Qué se puede decir sobre la edad de los anillos de Júpiter, Saturno y Urano? ¿Se formaron en el origen del sistema solar, o se formaron mucho después?

*Ferraz-Mello*: As informações obtidas até agora parecem indicar que os anéis são mais jovens. Mas ainda não há confirmação.

*Dottori*: ¿Las transformaciones puntuales pueden ser usadas en problemas de muchos cuerpos?

*Ferraz-Mello*: Não sei. O processo é novo e ainda pode ser muito desenvolvido. No caso de N corpos a dinâmica das colisões é problemática, mesmo quando se usa integração numérica e equações regularizadas.

*Sylvio Ferraz-Mello*: Instituto Astronómico e Geofísico, Departamento de Astronomía, Universidad de São Paulo, Caixa Postal 30627, 01000 São Paulo-S.P., Brasil.